Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής (γενικής παιδείας)

ΘΕΜΑ Α

A_1. Θεωρία

A_2. Θεωρία

A_3. Θεωρία

A_4. **$\alpha \to \Sigma \quad \beta \to \Lambda \quad \gamma \to \Sigma \quad \delta \to \Sigma \quad \varepsilon \to \Lambda$**

ΘΕΜΑ Β

B_1. $f'(x) = x^2 - 5x + 6,\ x \in \mathbb{R}$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f'		+	0	−	0	+	
f		↗		↘		↗	

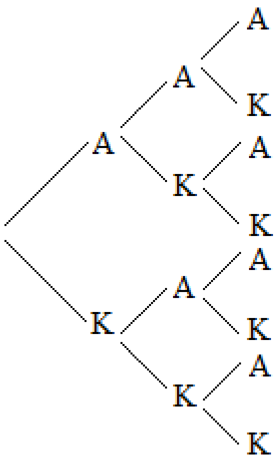
Η f είναι γν. αύξουσα στο $(-\infty, 2]$, γν. φθίνουσα στο $[2,3]$ και γν. αύξουσα στο $[3,+\infty)$, επομένως παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 2$ το $f(2) = \frac{11}{3}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 3$ το $f(3) = \frac{7}{2}$.

B_2. $y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Leftrightarrow y = 6x - 1$.

B_3. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{f'(x) - 12}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x-6)}{\cancel{x+1}} = -7$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ_1.



$\Omega = \{AAA, AAK, AKA, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$

Γ$_2$. $A=\{KAA, KAK, KKA, KKK\}$

$B=\{AKK, KAK, KKA, KKK\}$

$\Gamma=\{AAA, AAK, KKA, KKK\}$

Γ$_3$. **α.** $\Delta=A\cap B=\{KAK, KKA, KKK\}$, άρα $P(\Delta)=\dfrac{N(\Delta)}{N(\Omega)}=\dfrac{3}{8}$

$E=A\cup B=\{KAA, AKK, KAK, KKA, KKK\}$, άρα $P(E)=\dfrac{N(E)}{N(\Omega)}=\dfrac{5}{8}$

$Z=\Gamma-E=\{AAA, AAK\}$, άρα $P(Z)=\dfrac{N(Z)}{N(\Omega)}=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$.

β. $H=(A\cup B)'=E'$, άρα $P(H)=P(E')=1-P(E)=1-\dfrac{5}{8}=\dfrac{3}{8}$

$\Theta=(A-B)\cup(B-A)$, άρα

$P(\Theta)=P((A-B)\cup(B-A))=P(A\cup B)-P(A\cap B)=P(E)-P(\Delta)$

Δηλαδή $P(\Theta)=\dfrac{5}{8}-\dfrac{3}{8}=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ$_1$. Επειδή η δεύτερη κλάση είναι της μορφής $[8+c, 8+2c)$ και έχει κέντρο 14, τότε: $\dfrac{8+c+8+2c}{2}=14\Leftrightarrow 16+3c=28\Leftrightarrow c=4$.

Δ$_2$. $\dfrac{x_1\nu_1+x_2\nu_2+x_3\nu_3+x_4\nu_4}{\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4}=14\Leftrightarrow\dfrac{20\cdot10+14\cdot15+18\cdot10+22\cdot\nu_4}{20+15+10+\nu_4}=14\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 590+22\nu_4=630+14\nu_4\Leftrightarrow\nu_4=5$

Χρόνος	$\mathbf{x_i}$	$\mathbf{\nu_i}$
$[8,12)$	10	20
$[12,16)$	14	15
$[16,20)$	18	10
$[20,24)$	22	5
ΣΥΝΟΛΟ		50

Δ$_3$. Τουλάχιστον 9 λεπτά χρειάστηκαν τα $\dfrac{3}{4}$ των ατόμων της 1ης κλάσης και όλα τα υπόλοιπα άτομα, δηλαδή: $\dfrac{3}{4}20+15+10+5=45$ υπολογιστές.

Δ₄. $s^2 = \dfrac{20(10-14)^2 + 15(14-14)^2 + 10(18-14)^2 + 5(22-14)^2}{50} = \dfrac{800}{50} = 16$

Άρα $s = \sqrt{s^2} = 4$

$CV = \dfrac{s}{\overline{x}} = \dfrac{4}{14} = 0,29 > 0,1$ επομένως το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ₅. Έστω x_i οι αρχικές τιμές του χρόνου κάθε υπολογιστή και y_i οι νέες τιμές μετά την αντικατάστασή τους, τότε

$y_i = 0,8x_i$, επομένως $\overline{y} = 0,8\overline{x}$ και $s_y = 0,8s_x$.

Άρα $CV_y = \dfrac{s_y}{\overline{y}} = \dfrac{\cancel{0,8}s_x}{\cancel{0,8}\overline{x}} = CV_x$ δηλαδή δεν μεταβάλλεται η ομοιογένεια του δείγματος και το νέο δείγμα δεν είναι ομοιογενές.