

Απαντήσεις στα Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία

A2. $\alpha \rightarrow \Lambda$ $\beta \rightarrow \Sigma$ $\gamma \rightarrow \Lambda$ $\delta \rightarrow \Lambda$ $\varepsilon \rightarrow \Sigma$

A3. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha = \ln \frac{\beta}{\alpha}$

β) $(c)' = 0$

γ) $\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^{i=k} v_i x_i$

ΘΕΜΑ Β

B1. $N_2 = v_1 + v_2 \Leftrightarrow 34 = 20 + v_2 \Leftrightarrow v_2 = 14$

$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 50 \Leftrightarrow 20 + 14 + 12 + v_4 = 50 \Leftrightarrow v_4 = 4$

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο Κλάσης k_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	$k_i v_i$
[5 – 15)	10	20	20	200
[15 – 25)	20	14	34	280
[25 – 35)	30	12	46	360
[35 – 45)	40	4	50	160
ΣΥΝΟΛΑ		v = 50		1000

B2. $\bar{x} = \frac{1000}{50} = 20$

B3. $s^2 = \frac{20(10-20)^2 + 14(20-20)^2 + 12(30-20)^2 + 4(40-20)^2}{50} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow s^2 = \frac{2000 + 0 + 1200 + 1600}{50} \Leftrightarrow s^2 = 96$

$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx 10$

B4. $CV = \frac{s}{\bar{x}} 100\% \approx \frac{10}{20} 100\% = 50\%$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot e^0 = 12$$

$$\Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \frac{12}{\lambda}$$

$$\Gamma 3. \text{Πρέπει } f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow \frac{12}{\lambda} = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

$$\Gamma 4. \text{Για κάθε } x \leq 2 \\ f(x) = 4x + 4e^{x-2}$$

$$\begin{aligned} \text{Επομένως } \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 (4x + 4e^{x-2}) dx = 4 \int_1^2 x dx + 4 \int_1^2 e^{x-2} dx = \\ &= 4 \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 + 4 \left[e^{x-2} \right]_1^2 = 6 + 4 - 4e^{-1} = 10 - 4e^{-1} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. B'(t) = -t^2 + 4t + 12, 0 \leq t \leq 10$$

$$\Delta 2. B'(t) = -t^2 + 4t + 12, 0 \leq t \leq 10$$

$$B'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6 \quad (0 \leq t \leq 10)$$

Επομένως B γν. αύξουσα στο [0,6] και γν. φθίνουσα στο [6,10], οπότε για t = 6 το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο.

	0	6	10
B'		+	-
B		↗	↘

$$\Delta 3. t \in [6,9] \Leftrightarrow 6 \leq t \leq 9 \Leftrightarrow B(9) \leq B(t) \leq B(6).$$

$$\Delta 4. B''(t) = -2t + 4, 0 \leq t \leq 10,$$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Επομένως B' γν. αύξουσα στο [0,2] και γν. φθίνουσα στο [2,10], οπότε για t = 2 ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος.

	0	2	10
B''		+	-
B'		↗	↘